HF 001 – Turma A – Introdução à Lógica

Ementa: Curso introdutório de lógica clássica, abordando primeiramente o cálculo proposicional clássico e apresentando as principais técnicas da lógica formal. Estudo detalhado do cálculo de predicados clássico, com exemplos de teorias de primeira ordem. Análise dos teoremas principais: completude, compacidade, Lowënheim-Skolem e teoremas de Gödel.

Programa:

1. Linguagens formais, teorias e estruturas de interpretação

    - Linguagens de primeira ordem: símbolos, termos, fórmulas e sentenças.
    - Variáveis livres e ligadas; substituição e quantificação.
    - Estruturas, interpretações, satisfação e verdade em uma estrutura.
    - Teorias, modelos, consequência lógica e equivalência elementar.
    - Definibilidade, isomorfismo e subestruturas elementares.

2. Sistemas dedutivos, correção e completude

    - Sistemas de dedução formal.
    - Derivabilidade sintática e consequência semântica.
    - Teorema da correção.
    - Teorema de completude para a lógica de primeira ordem (prova via construção de Henkin).

3. Compacidade e teoremas de Löwenheim–Skolem

    - Teorema da compacidade e a sua relação com o teorema de completude.
    - Aplicações da compacidade à construção de modelos não *standard*.
    - Teoremas de Löwenheim–Skolem para cima e para baixo.
    - Existência de modelos de diferentes cardinalidades.
    - Consequências filosóficas desses resultados metateóricos.
    - O paradoxo de Skolem e a distinção entre cardinalidade externa e conceitos internos de cardinalidade.

4. Computabilidade e indecidibilidade

    - Funções computáveis e máquinas de Turing.
    - Conjuntos decidíveis e recursivamente enumeráveis.
    - Problema da parada e indecidibilidade.

- Teorema de Church sobre a indecidibilidade da validade de primeira ordem.
- A relação entre computabilidade e provabilidade.

Bibliografia:

Boolos, G. S., Burgess, J. P., & Jeffrey, R. C. (2002). *Computability and logic*. Cambridge University Press.

Ebbinghaus, H. D., Flum, J., Thomas, W., & Ferebee, A. S. (1994). *Mathematical logic* (Vol. 2). Springer.

Enderton, H. B. (2001). *A mathematical introduction to logic*. Elsevier.

Marker, D. (2024). *An invitation to mathematical logic*. Springer.

Shoenfield, J. R. (2018). *Mathematical logic*. CRC Press.